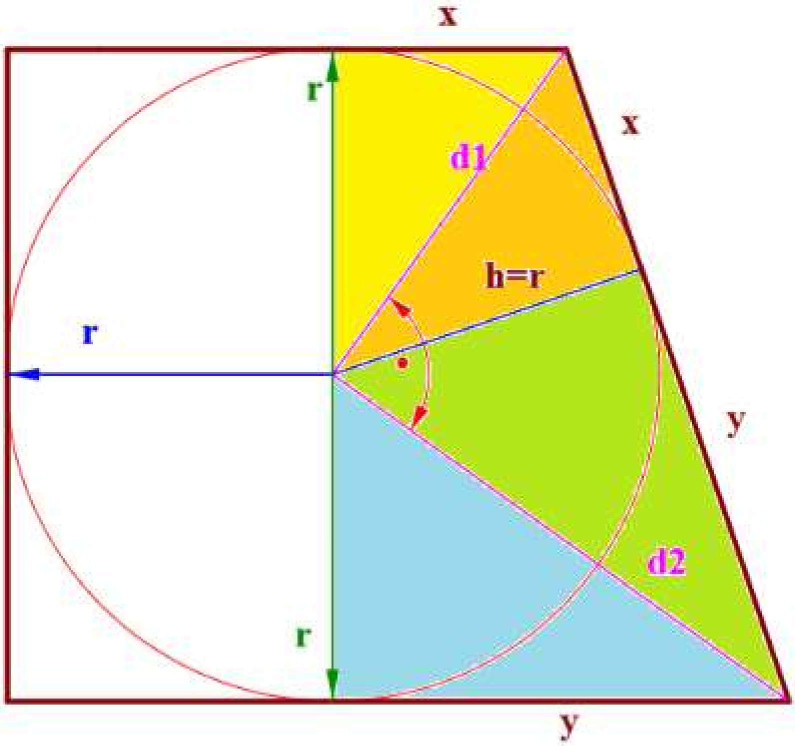
Dany jest trapez prostokątny opisany na okręgu. Odległości środka okręgu od końców dłuższego ramienia wynoszą d1=8 i d2=6. Oblicz pole tego trapezu.



Należy zauważyć , że kąt pomiędzy odcinkami d1 i d2 jest prosty , łatwo udowodnić porównując kąty w kolorowych trójkątach.

Korzystając z powyższego rysunku można policzyć , ze pole trapezu jest równe:

$$P = 2 \cdot r^2 + d1 \cdot d2$$

Brakuje promienia okręgu „r". Można go policzyć z trojkata o przyprostokątnych d1 i d2 i przeciwprostokątnej (x+y)

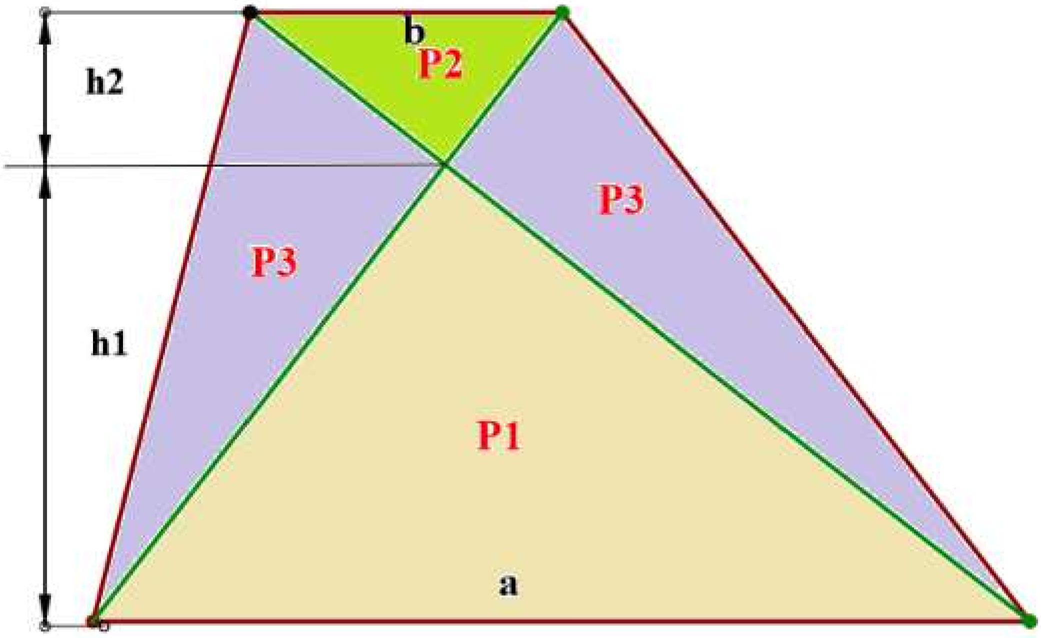
$$(x + y)^2 = d1^2 + d2^2 \Rightarrow x + y = \sqrt{64 + 36} = 10$$

$$r = \frac{d1 \cdot d2}{x + y} = \frac{48}{10} = 4{,}8$$

$$P = 2 \cdot 4{,}8^2 + 6 \cdot 8 = 94{,}08$$

Dany jest trapez o podstawach a=12 b=4 i wysokości h=8.

Oblicz pola trójkątów na jakie podzieliły trapez jego przekątne.



Łatwo jest wykazać że trójkąty P1 i P2 są podobne w skali

$k = \frac{a}{b} = \frac{h1}{h2}$ =3 $\Rightarrow h1 = k \cdot h2$

$$h1 + h2 = h \Rightarrow h2 \cdot (k+1) = h \Rightarrow h2 = \frac{h}{1+k} = \frac{8}{4} = 2$$

$$h1 = h - h2 = 8 - 2 = 6$$

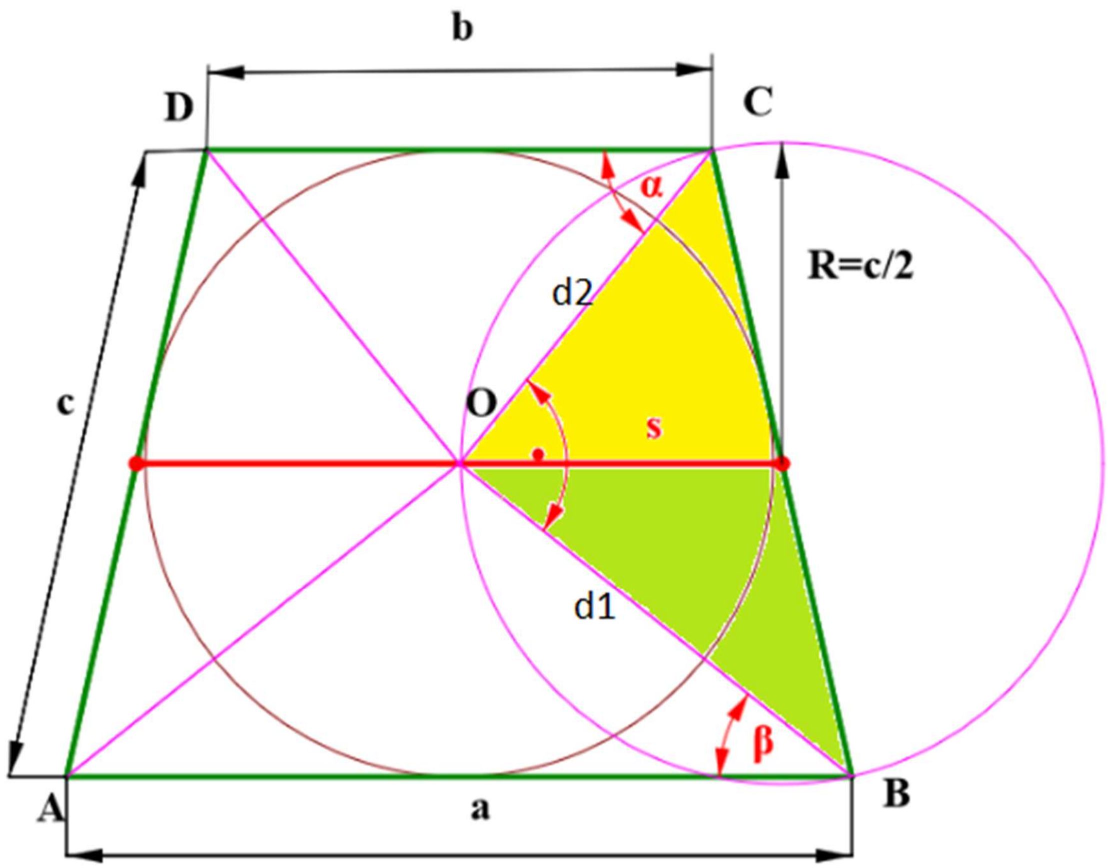
Jeżeli znamy h1 i h2 to łatwo policzyć szukane pola:

$$P1 = \frac{a \cdot h1}{2} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36 \qquad P2 = \frac{b \cdot h2}{2} = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$$

$$P3 = \frac{b \cdot h}{2} - P2 = \frac{4 \cdot 8}{2} - 4 = 12$$

Warto zauważyć że stosunek pól P1:P2 jest równy kwadratowi skali podobieństwa: $\frac{36}{4} = 3^2 = 9$

Wykazać, że w trapezie równoramiennym opisanym na okręgu odcinek łączący środki ramion jest równy ramieniu tego trapezu.



Łatwo wykazać , że odcinki d1 i d2 są prostopadle:

$2\alpha + 2\beta = 180^o \Rightarrow \alpha + \beta = 90^o$

Z warunku opisalności trapezu na okręgu wynika:

$$a + b = 2c \Rightarrow c = \frac{a+b}{2} = s$$

Warto zauważyć, że istnieje związek :

$$d1^2 + d2^2 = c^2 = s^2$$

Oraz że trójkąty c/2 , s/2,d1 i c/2 , s/2,d2 są równoramienne, środek ramienia jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie AOD lub BOC o promieniu R=c/2.