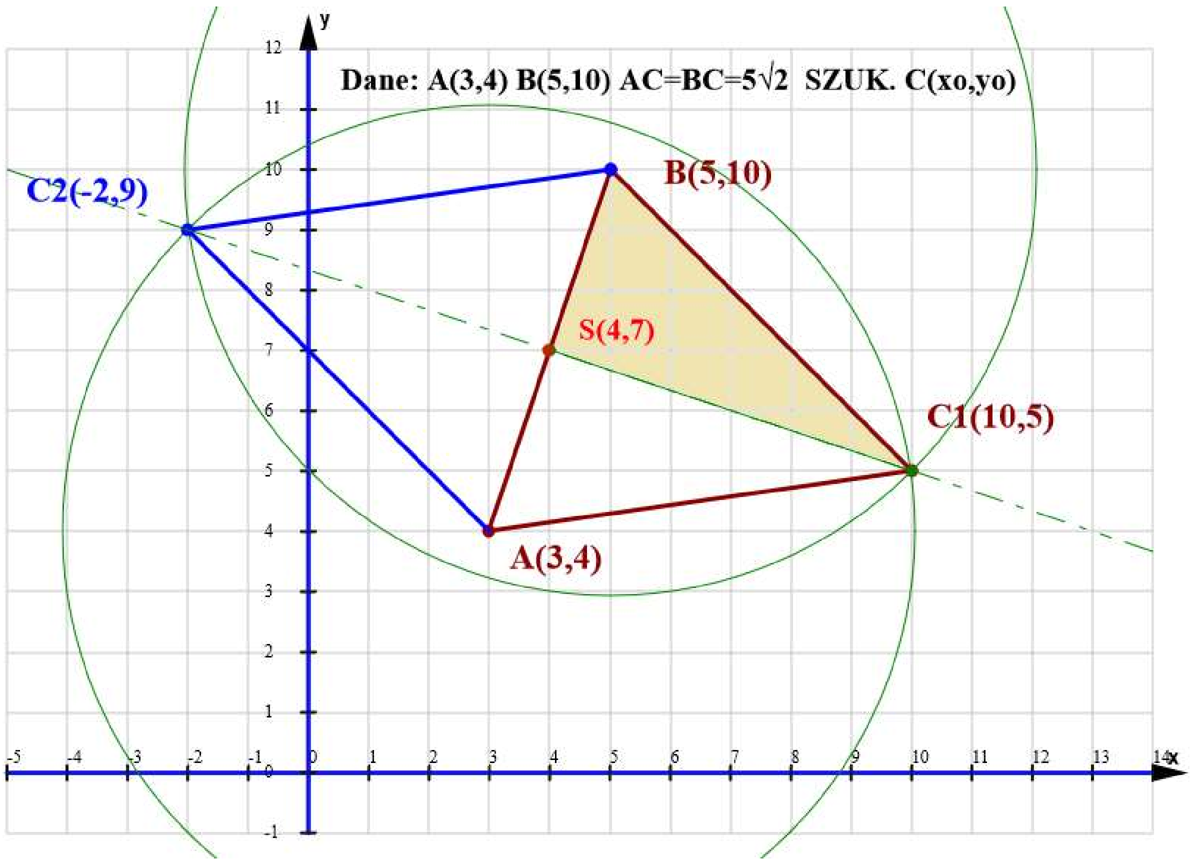
Jak uniknąć rozwiązywania równania kwadratowego.

Dane są dwa punkty podstawy trójkąta równoramiennego oraz długość ramienia.

A(3,4) B(5,10) |AC|=|BC|=5√2

Zadanie tradycyjnie można rozwiązać pisząc równanie dwóch okręgów o środkach A(3,4) i B(5,10) o promieniu r=5√2.



Rozwiązanie układu równań kwadratowych daje współrzędne szukanego punktu C.

Można to zrobić bez rozwiazywanie układu równań kwadratowych.

Plan zadania:

1. Napisać równanie ogólne prostej AB,
2. Napisać równanie kierunkowe prostej SC,
3. Policzyć długość wysokości trójkąta |SC|
4. Zastosować wzór na odległość punktu od prostej.

ROZWIĄZANIE:

$$mAB = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} = \frac{6}{2} = 3$$

Z równania pęku prostych: y=m(x-x1)+y1 otrzymamy.

AB: $y = 3 * (x - 3) + 4 = 3x - 5$

Równanie ogólne prostej AB ma postać: $3x - y - 5 = 0$

Środek S odcinka AB .

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4$$

$$y_S = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 + 10}{2} = 7$$

S(4,7) $\qquad m_{SC} = \frac{-1}{m_{AB}} = \frac{-1}{3}$

SC: $y = \frac{-1}{3} * (x - 4) + 7 = \frac{-1}{3}x + \frac{25}{3}$

Z twierdzenia Pitagorasa:

$h = |SC| = \sqrt{|BC|^2 - |SB|^2} = \sqrt{50 - 10} = 2 \cdot \sqrt{10}$

$$d = \frac{|3 * x_o - y_o - 5|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{|3 * x_o - y_o - 5|}{\sqrt{10}} = 2 \cdot \sqrt{10}$$

Punkt „C” należy do prostej SC wiec można napisać:

$$\left|3x_o + \frac{1}{3} * x_o - \frac{25}{3} - 5\right| = 20$$

$$\left|\frac{10}{3}x_o - \frac{40}{3}\right| = 20 \rightarrow \frac{10}{3}x_o - \frac{40}{3} = 20\ ;\ \frac{10}{3}x_o - \frac{40}{3} = -20$$

Po wymnożeniu przez 3 otrzymujemy:

$$10x_o = 100\ lub\ 10x_o = -20$$

$$x_o = 10\ lub\ x_o - 2$$

$$y_o = \frac{-1}{3}(x - 25) = \frac{15}{3} = 5\ \ lub\ y_o = \frac{27}{3} = 9$$

$$ODP: C_1(10{,}5)\ \ C_2(-2{,}9)$$

Autor Jan Kraus 04-2016